

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

$a$  و  $b$  عدنان طبيعيان حيث:  $a = 2010$  و  $b = 1431$ .

1. أ- عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين  $a$  و  $b$  على 7.

ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(a + 2b)$  على 7.

ج- تحقق أنّ  $a^3 \equiv 1[7]$  و  $b^3 \equiv 6[7]$  واستنتج أنّ  $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$ .

2. أوجد الأعداد الطبيعية  $n$  التي تحقق :  $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$ .

ثم استنتج قيم  $n$  الأصغر من أو تساوي 16.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I  $(u_n)$  متتالية حسابية معرفة على  $\mathbb{N}$  بالحددين:  $u_{10} = 31$  و  $u_{15} = 46$

1- عيّن أساسها و حدّها الأول  $u_0$ .

2- أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$ .

3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$ .

4- أحسب المجموع  $S : S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2009}$

II نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = 2 \times 8^n$ .

1- بيّن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول  $v_0$ .

2- أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S' : S' = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

**التمرين الثالث: (09 نقاط)**

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ .

ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
2. أدرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
3. بيّن أن النقطة  $I(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .
4. أكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $I$ .
5. تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$ .
- ثم استنتج نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.
6. أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

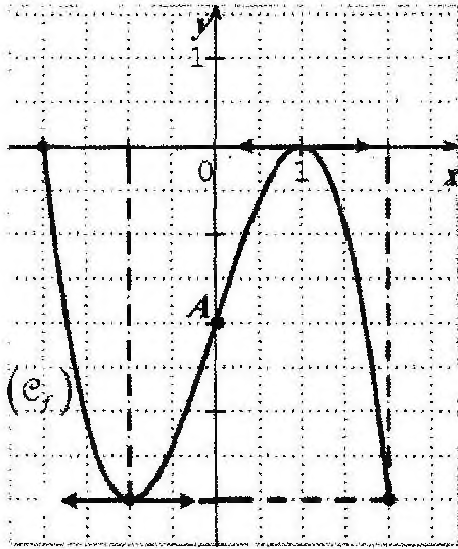
## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

- في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.
1. باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(-203)$  على 5 هو: (أ) -3 (ب) 2 (ج) 3
  2.  $x$  عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد  $x$  على 7 هو 5، فإن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2x+5$  على 7 هو: (أ) 0 (ب) 1 (ج) 2
  3. الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x)=x^3+3x+4$  و  $C_g$  تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم.

- (1) الدالة  $g$ : (أ) متزايدة تماماً على  $\mathbb{R}$  (ب) متناقصة تماماً على  $\mathbb{R}$  (ج) ليست رتيبة على  $\mathbb{R}$
- (2)  $C_g$  يقبل نقطة انعطاف إحداثياتها: (أ)  $(-1; 0)$  (ب)  $(0; 4)$  (ج)  $(0; 0)$

### التمرين الثاني: (07 نقاط)



$f$  دالة عددية معرفة على المجال  $[-2; 2]$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد متجانس.

انظر الشكل وأجب عن الأسئلة التالية:

1. أ - عَيِّن  $f'(1)$  و  $f'(-1)$  (هي الدالة المشتقة للدالة  $f$ )  
 ب - عَيِّن صورتَي العددين  $(-2)$  و  $(-1)$  بواسطة الدالة  $f$ .  
 ج - شكِّل جدول تغيّرات الدالة  $f$  على المجال  $[-2; 2]$ .

2. باستعمال اتجاه تغيّرات الدالة  $f$ ، قارن العددين  $f\left(\frac{3}{2}\right)$  و  $f(\sqrt{3})$ .

3.  $A$  هي النقطة من المنحنى  $(C_f)$  التي إحداثياتها  $(0; -2)$ ، وبفرض أن  $f'(0)=3$ ؛ اشرح كيف يمكن رسم مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  ثم أرسمه بعد نقل الشكل.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

$(u_n)$  متتالية هندسية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية  $\mathbb{N}$ ، أساسها  $q$  وحدّها الأول  $u_0$

حيث:  $u_1 = 6$  و  $u_4 = 48$ .

1. أ - أحسب الأساس والحدّ الأول للمتتالية  $(u_n)$ .

ب - استنتج أنّ عبارة الحدّ العام للمتتالية  $(u_n)$  هي:  $u_n = 3 \times 2^n$ .

2. أ - علماً أنّ  $2^8 = 256$ ؛ بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$ .

ب - أحسب المجموع  $S$  حيث:  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$ .

3.  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة بـ:  $v_0 = 4$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_{n+1} = 2v_n - 1$

أ - احسب:  $v_1, v_2, v_3$ .

ب - برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = 3 \times 2^n + 1$

ج - أحسب المجموع  $S'$  حيث:  $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$ .

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2010

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعب(ة): آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: ساعتان ونصف

(خاص بالكفوفين)

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

### الموضوع الأول

#### التمرين الأول: (06 نقاط)

$a$  و  $b$  عدنان طبيعيان حيث:  $a = 2010$  و  $b = 1431$ .

1- أ- عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين  $a$  و  $b$  على 7.

ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(a + 2b)$  على 7.

ج- تحقق أن  $7 \mid a^3$  ( يوافق 1 بترديد 7 ) و  $7 \mid b^3$  ( يوافق 6 بترديد 7 )

واستنتج أن  $a^3 + b^3$  مضاعف لـ 7.

2) أوجد الأعداد الطبيعية  $n$  التي تحقق:  $7 \mid n + 2010^3$  ( يوافق  $n + 2010^3$  1431 بترديد 7 ).

ثم استنتج قيم  $n$  الأصغر من أو تساوي 16.

#### التمرين الثاني: (05 نقاط)

I)  $(u_n)$  متتالية حسابية معرفة على  $\mathbb{N}$  بالحددين:  $u_{10} = 31$  و  $u_{15} = 46$

1- عيّن أساسها و حدّها الأول  $u_0$ .

2- أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$ .

3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$ .

4- أحسب المجموع  $S : S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2009}$

II) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = 2 \times 8^n$ .

1- بيّن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول  $v_0$ .

2- أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S' : S' = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

**التمرين الثالث: (09 نقاط)**

- $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ .
- ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
  2. أدرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  ثم حدّد القيم الحدية لها.
  3. بيّن أن النقطة  $I(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .
  4. اكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $I$ .
  5. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$ .
  - ثم استنتج نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.
  6. أدرس حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $f(x)$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

- في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.
- (1) باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(-203)$  على 5 هو: (أ) -3 (ب) 2 (ج) 3
- (2)  $x$  عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد  $x$  على 7 هو 5، فإن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2x+5$  على 7 هو: (أ) 0 (ب) 1 (ج) 2
- (3)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x)=x^3+3x+4$  و  $C_g$  تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم.

- (1) الدالة  $g$ : (أ) متزايدة تماماً على  $\mathbb{R}$  (ب) متناقصة تماماً على  $\mathbb{R}$  (ج) ليست رتيبة على  $\mathbb{R}$
- (2)  $C_g$  يقبل نقطة انعطاف إحداثيها: (أ)  $(-1; 0)$  (ب)  $(0; 4)$  (ج)  $(0; 0)$

### التمرين الثاني: (07 نقاط)

- $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $[-2; 2]$  كما يلي:  $f(x) = -x^3 + 3x - 2$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس.
- (1) عيّن صورتَي العددين  $(-2)$  و  $(-1)$  بواسطة الدالة  $f$ .
- (2) أ- احسب  $f'(x)$  حيث  $f'$  مشتقة  $f$  ثم استنتج:  $f'(1)$  و  $f'(-1)$   
ب- حدّد اتجاه تغيّر الدالة  $f$  على المجال  $[-2; 2]$ .  
ج- باستعمال اتجاه تغيّر الدالة  $f$ ، قارن العددين  $f\left(\frac{3}{2}\right)$  و  $f(\sqrt{3})$ .
- (3) تحقق أن  $f(x) = -(x-1)^2(x+2)$  ثم حل في المجال  $[-2; 2]$  المتراجحة  $f(x) < 0$ .
- (4) عيّن معامل توجيه المماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A(0; -2)$ .

### التمرين الثالث: (07 نقاط)

- $(u_n)$  متتالية هندسية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية  $\mathbb{N}$ ، أساسها  $q$  وحدّها الأول  $u_0$  حيث:
- $u_1 = 6$  و  $u_4 = 48$ .
- (1) أ- أحسب الأساس والحدّ الأول للمتتالية  $(u_n)$ .  
ب- استنتج أنّ عبارة الحدّ العام للمتتالية  $(u_n)$  هي:  $u_n = 3 \times 2^n$ .



2) أ - علماً أنّ  $2^8 = 256$  ؛ بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$  .

ب - أحسب المجموع  $S$  حيث:  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$  .

3.  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة بـ:  $v_0 = 4$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_{n+1} = 2 v_n - 1$

أ - احسب:  $v_1$  ،  $v_2$  ،  $v_3$  .

ب - برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = 3 \times 2^n + 1$

ج - أحسب المجموع  $S'$  حيث:  $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$  .



# الإجابة النموذجية وسلم التقييط

محاو	عناصر الإجابة	العلامة
الموضوع	الموضوع الأول	مجزأة
الموضوع الأول: (06 نقاط)	1. أ - باقي قسمة $a$ على 7 هو 1 ..... باقي قسمة $b$ على 7 هو 3 ..... ب - باقي قسمة $(a+2b)$ على 7 هو 0 ..... → $a^3 \equiv 1[7]$ ، $b^3 \equiv 6[7]$ ومنه: $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$ ..... 2. $k \in \mathbb{N}$ مع $n = 7k + 2$ ..... $n \leq 16$ نجد $n \in \{2, 9, 16\}$ .....	0,75 0,75 1 3×0,5 1 1
الموضوع الثاني: (05 نقاط)	I. $u_0 = 1$ ، $r = 3$ ..... $u_n = 1 + 3n$ ..... $u_{2009} = 6028$ ..... $S = 1005 \times 6029 = 6059145$ ..... II. $v_{n+1} = 8v_n$ ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية ..... الأساس 8 ، الحد الأول $v_0 = 2$ ..... $S' = \frac{2}{7}(8^{n+1} - 1)$ .....	0,5+1 0,5 0,5 0,75 0,5 0,5 0,75
الموضوع الثالث: (09 نقاط)	1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ..... 2. $f'(x) = 6(x^2 - 3x + 2)$ ..... $f$ متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 1]$ و $[2; +\infty[$ ..... $f$ متناقصة تماما على $[1; 2]$ ..... جدول التغيرات ..... سلم خاص بالمكفوفين: القيم الحدية: $f(1) = 0$ و $f(2) = -1$ ..... 3. $I(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$ نقطة انعطاف ..... 4. $y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{4}$ .....	2×0,5 1+1 2×0,25 0,5 1 1

العلامة		عناصر الإجابة	محاو
الموضوع	مجزأة	تابع للموضوع الأول	
	1 0,5 1+0,5	<p>5. التحقق: <math>f(x) = (x-1)^2(2x-5)</math> .....</p> <p>..... <math>(C_f) \cap (xx') = \{A(1; 0), B(\frac{5}{2}; 0)\}</math></p> <p>..... 6. رسم <math>(\Delta)</math> و <math>(C_f)</math></p> <p><u>سلم خاص بالمكفوفين:</u></p> <p><math>f(x) &gt; 0</math> إذا فقط إذا كان <math>x &gt; \frac{5}{2}</math> ..... 0,75</p> <p><math>f(x) &lt; 0</math> إذا فقط إذا كان <math>x &lt; \frac{5}{2}</math> و <math>x \neq 1</math> ..... 0,75</p>	
		الموضوع الثاني	
		التمرين الأول: (06 نقاط)	
		الرقم: رقم الإجابة: التبرير:	
06	1+0,5	..... $0 \leq 2 < 5$ و $-203 \equiv 2[5]$	(1) ب اختيار من متعدد
	1+0,5	..... $2x + 5 \equiv 1[7]$	(2) ب
	1+0,5	..... $g'(x) = 3x^2 + 3 > 0$	(3) أ
	1+0,5	$g(0) = 4 \xrightarrow{-0+} g''(x) = 6x$	2. ب
		التمرين الثاني: (07 نقاط)	
	1+1	..... 1. أ - $f'(1) = 0$ و $f'(-1) = 0$	
	0,5+0,5	..... ب - $f(-1) = -4$ و $f(-2) = 0$	
	1	..... ج - جدول التغيرات.	
	3x0,5	..... 2. $\sqrt{3} > \frac{3}{2} > 1$ و $f(\sqrt{3}) < f(\frac{3}{2})$ ( $f$ متناقصة تماما على $[1; 2]$ )	
	1+0,5	..... 3. الشرح والرسم.	
07		<u>سلم خاص بالمكفوفين:</u>	الدوال العديدة
		1. $f(-1) = -4$ ، $f(-2) = 0$ ..... 1	
		2. أ - حساب: $f'(-1)$ ، $f'(1)$ ، $f'(x)$ ..... 1,5	
		ب - اتجاه تغير $f$ ..... 1,5	
		ج - $f(\sqrt{3}) < f(\frac{3}{2})$ ..... 1,5	
		3. التحقق + الحل ..... 1	
		4. $f'(0) = 3$ ..... 0,5	

الإجابة النموذجية وسلم التقطيع لموضوع مقترح لدورة ..... جوان 2010 .....  
 اختبار مادة: ... الرياضيات ... الشعبة : ... آ وفلسفة + ل.أ المدة: .... 02 سا و 30 د .....

العلامة		عناصر الإجابة	محاو
المجموع	مجزأة	تابع للموضوع الثاني	الموضوع
07	0,5+0,75	<b>التمرين الثالث: (07 نقاط)</b>	المتتاليات
	0,5	1. أ - حساب الأساس والحدّ الأول للمتتالية $(u_n)$ : $u_0 = 3$ ، $r = 2$ .....	
	1	ب - $u_n = 3 \times 2^n$ .....	
	1	2. أ - $n = 8$ ومنه $u_8 = 768$ .....	
	3×0,25	ب - حساب المجموع: $S = 3(2^8 - 1) = 765$ .....	
	1,5	3. أ - $v_1 = 7$ ، $v_2 = 13$ ، $v_3 = 25$ .....	
	1	ب - البرهان بالتراجع .....	
		ج - $S' = S + 8 = 773$ .....	

103